Précision des systèmes continus asservis

Thierry CHATEAU

24 octobre 2010

Erreur stationnaire d'ordre n

$$\lim_{t\longrightarrow\infty} \varepsilon_n(t)$$

en appliquant à l'entrée du système :

$$e_n(t) = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}\Gamma(t)$$

$$E_n(p) = \frac{1}{p^n}$$

- $n = 1$: $e_1(t) = \Gamma(t)$ d'où $E_1(p) = \frac{1}{p}$ (Echelon de position)
- $n = 2$: $e_2(t) = t$ d'où $E_2(p) = \frac{1}{p^2}$ (Echelon de rampe)
- $n = 3$: $e_3(t) = \frac{t^2}{2}$ d'où $E_3(p) = \frac{1}{p^3}$ (Echelon d'accélération)

Utilisation du théorème de la valeur finale

$$\lim_{t\longrightarrow\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\longrightarrow 0} p\varepsilon(p)$$

Système bouclé à retour unitaire :

$$\varepsilon(p) = \frac{E(p)}{1+T(p)}$$

$$\text{avec : } T(p) = \frac{K}{P^\alpha}.\frac{1+a_1p+a_2p^2+\ldots}{1+b_1p+b_2p^2+\ldots}$$

Entrée de type échelon

$$E_1(p) = 1/p \text{ d'où } \varepsilon(p) = \frac{1}{p(1+T(p))}$$

$$\lim_{p\longrightarrow 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p\longrightarrow 0} \frac{1}{1+\frac{K}{P^\alpha}}$$

- $\alpha = 0$, $\varepsilon_{1\infty}(t) = \frac{1}{1+K} = \frac{1}{K_p}$
- $\alpha \geq 1$, $\varepsilon_{1\infty} = 0$ (erreur nulle)

Entrée de type rampe

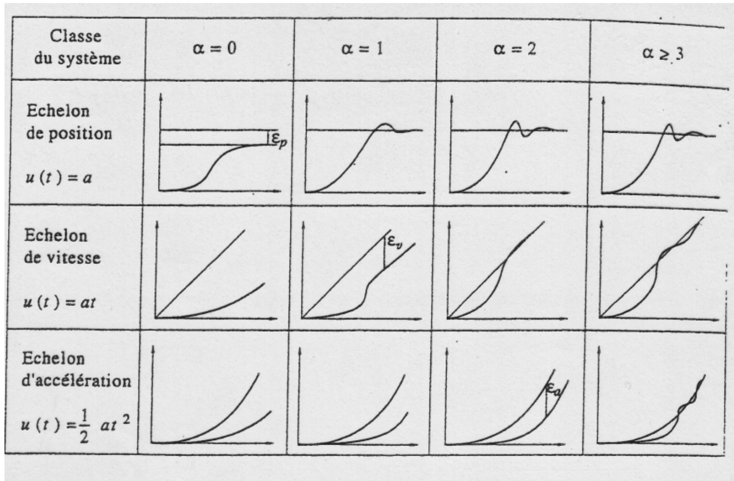
$$E_1(p) = 1/p^2 \text{ d'où } \varepsilon(p) = \frac{1}{p^2(1+T(p))}$$

$$\lim_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p\to 0} \frac{1}{p(1+\frac{K}{P^\alpha})}$$

- $\alpha = 0$, $\varepsilon_{2\infty} = \infty$
- $\alpha = 1$, $\varepsilon_{2\infty}(t) = \frac{1}{K} = \frac{1}{K_v}$
- $\alpha \geq 1$, $\varepsilon_{2\infty} = 0$ (erreur nulle)

Si le système en BO possède α pôles à l'origine, son erreur stationnaire s'annule pour une entrée fonction du temps de degré $(\alpha - 1)$

Récapitulatif



Récapitulatif

nombre de pôles $s = 0$	0	1	2	$\alpha > 2$
ε_p (position)	$\frac{1}{K_p}$	0	0	0
ε_v (vitesse)	∞	$\frac{1}{K_v}$	0	0
ε_a (accélération)	∞	∞	$\frac{1}{K_a}$	0