TP2 : Stabilité et étude harmonique des systèmes

Le but de ce TP est d'étudier la stabilité et le comportement harmonique des systèmes. Cette étude sera réalisée sous le logiciel Matlab.

1 Etude harmonique des systèmes primordiaux

1.1 le système d'ordre 1

On souhaite étudier le comportement harmonique d'un système d'ordre un. La fonction de transfert d'un tel système s'écrit :

$$G(p) = \frac{K}{1 + \tau p} \tag{1}$$

Où K représente le gain statique du système et τ sa constante de temps

1. Créez, sous matlab simulink l'objet $G(p)$ pour $\tau = 5s$ et $K = 2$.
2. Observez la réponse à un échelon de $G(p)$.
3. Simulink étant un outil de simulation temporel, l'étude harmonique de $G(p)$ s'effectuera directement sous Matlab, en générant une function. Le tableau 1 montre l'exemple d'une fonction permettant de tracer les lieus de Bode et de Black-Nichols d'un système d'ordre un avec retard. Vous devez, à partir de cet exemple, tracer les diagrammes de Bode et Black de $G(p)$.

1.2 le système d'ordre 2

On souhaite maintenant étudier le comportement harmonique d'un système d'ordre deux. La fonction de transfert d'un tel système s'écrit :

$$G(p) = \frac{K}{1 + (2\xi/\omega_n)p + p^2/\omega_n^2} \tag{2}$$

Où K représente le gain statique du système, ξ le coefficient d'amortissement et ω_n la pulsation propre.

1. Créez, sous matlab simulink l'objet $G(p)$ pour $\omega_n = 1rd/s$, $\xi = 0.7$ et $K = 1$.
2. Observez la réponse à un échelon de $G(p)$, en bouble ouverte en en boucle fermée.
3. Tracez les diagrammes de Bode et Black de $G(p)$.
4. Recherchez, graphiquement, une approximation de la valeur du coefficient d'amortissement pour une marge de phase de 45°
5. Sous matlab simulink, observez la réponse à un échelon du système $G(p)$ bouclé, en utilisant la valeur du coefficient d'amortissement précédemment obtenue. Comparez à la réponse indicielle initiale de $G(p)$.

6. Pour $\xi = 0.7$, mesurez graphiquement (sur le diagramme de Bode, puis sur le Diagramme de Black) la valeur du gain à appliquer à $G(p)$ pour obtenir une marge de phase de 45°
7. tracez le lieu de black correspondant à $G(p)$ auquel on applique le gain précédemment obtenu.
8. Sous matlab simulink, observez la réponse à un échelon du système $G(p)$ bouclé, en utilisant la valeur du gain précédemment obtenue. Comparez à la réponse indicielle initiale de $G(p)$.

2 Etude harmonique d'un système d'ordre un avec retard

On souhaite étudier le comportement d'un retard sur un système d'ordre un. La fonction de transfert d'un tel système s'écrit :

$$G(p) = \frac{Ke^{-T_r p}}{1 + \tau p} \tag{3}$$

Où K représente le gain statique du système, τ sa constante de temps et T_r le retard pur.

1. Créez, sous matlab simulink l'objet $G(p)$ pour $K = 2$, $\tau = 5s$ et $T_r = 3s$.
2. Sous Matlab Simulink, Observez la réponse à un échelon de $G(p)$, en boucle ouverte et en boucle fermée.
3. Tracez les diagrammes de Bode et Black de $G(p)$. Calculez la marge de Phase et de gain.
4. Faites la même étude avec $T_r = 7s$
5. Que constate-on sur la réponse indicielle du système en boucle fermée ?
6. Quel gain dont on appliquer au système pour retrouver une marge de phase de 45° ?

3 Etude d'un système d'ordre deux avec retard

On souhaite étudier le comportement d'un retard sur un système d'ordre deux. La fonction de transfert d'un tel système s'écrit :

$$G(p) = \frac{Ke^{-T_r p}}{1 + (2\xi/\omega_n)p + p^2/\omega_n^2} \tag{4}$$

Où K représente le gain statique du système, ξ le coefficient d'amortissement , ω_n la pulsation propre et T_r le temps de retard.

1. Tracez le lieu de black et le diagramme de Bode de $G(p)$, pour un gain statique de 2, un coefficient d'amortissement de 0.5, une pulsation propre de 1 et un retard d'une seconde.
2. Appliquez le critère du revers pour déterminer si le système bouclé est stable. Vérifiez votre mesure par un essai indiciel (en boucle fermée).
3. Calculer le gain du correcteur proportionnel qui conduit à une marge de phase de 45°.

4. Vérifiez vos calculs en traçant le lieu de black du système corrigé, ainsi que sa réponse indicielle.
5. En fonction du temps restant, approximer le retard par un développement limité à l'ordre 2 (cf fin du sujet). On applique un correcteur proportionnel. Pour quelle valeur de gain le système est-il stable ? Vérifiez vos calculs par une simulation.

```
% Fichier foo.m
function foo
% création du système linéaire g(p)=2 exp[-0.1p]/(1+0.3p)
% premier ordre avec retard
g = tf([2],[0.3 1], 'InputDelay', 0.1);

% diagramme de bode
figure(1);
bode(g);
% diagramme de black
figure(2)
nichols(g);
```

Table 1 – Exemple de fonction matlab foo.m

approximation d'un retard pur

On peut approximer un retard pur par un développement limité de la manière suivante :
A l'odre 1

$$e^{-Tp} \approx \frac{1}{1+Tp}$$

Pour les ordres supérieurs, on utilise la formule suivante :

$$e^{-p} = \frac{1}{1+p+p^2/2+p^3+3!+...p^n/n!} \quad (5)$$