Synthèse d'un correcteur continu

Thierry CHATEAU

24 octobre 2010

Pourquoi asservir un système (point de vu général) ?

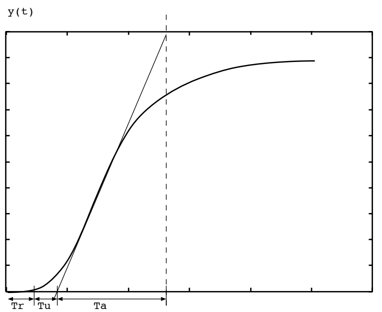
- améliorer la précision statique et dynamique
- améliorer la stabilité (un système instable en BO peut devenir stable et BF)
- diminuer l'influence des perturbations
- diminuer l'influence des variations des paramètres du système

Pourquoi asservir un système (point de vu fonctionnel) ?

Pour répondre à un cahier des charges fixant les comportements souhaités en poursuite et en régulation :

- erreur statique,
- temps de montée,
- dépassement.

Notion de réglabilité

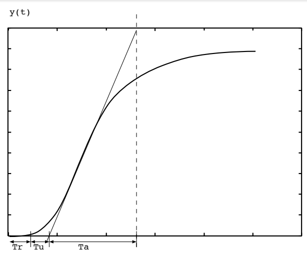


Réglabilité :

- T_R : temps de retard,
- T_U : temps de décollement,
- T_A : temps de montée.

$T_D = T_R + T_U$, Délais nécessaire pour qu'une commande ait une action significative.

Notion de réglabilité



Réglabilité :

$$R = \frac{T_A}{T_D}$$

1. Réglabilité élevée : $R = \frac{T_A}{T_D} > 10$
2. Réglabilité faible : $R = \frac{T_A}{T_D} < 4$

Objectifs de la régulation

1. accroître la stabilité : éloigner le processus du point d'instabilité. Pratiquement, un réglage de 45^0 pour la marge de phase et $10db$ pour la marge de gain.
2. augmenter le gain du système en boucle ouverte, du coté des basses fréquences, pour augmenter la précision statique.
3. augmenter la bande passante pour diminuer le temps de réponse (glissement des fréquences élevées vers les gains importants)

Actions correctives classiques

Action proportionnelle

Le signal de commande est proportionnel au signal d'erreur. $C(p) = k$ (translation verticale dans le plan de Black)

Action Intégrale

C'est une action en régime permanent et en basses fréquences.

$C(p) = \frac{1}{\tau_i P}$

Action dérivée

C'est une action en régime dynamique et en hautes fréquences. $C(p) = \tau_d P$.

Remarque : Les actions intégrale et dérivée ne s'emploient jamais seules, mais toujours associées à une action proportionnelle.

Action proportionnelle

Action proportionnelle

def : modification de la consigne à appliquer au système asservi en amplifiant ou en atténuant le signal d'erreur :

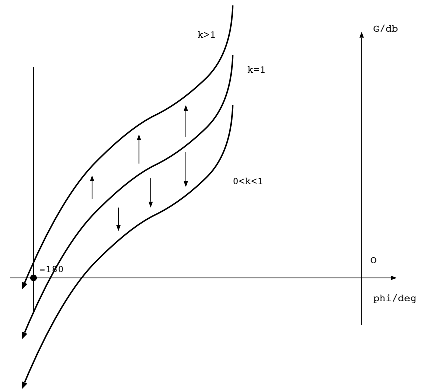
$$C(p) = k \tag{1}$$

k : gain constant positif.

Action proportionnelle

Action dans le diagramme de Black : Translation verticale du lieu de Black,

- vers le haut si $k > 1$ (amplification),
- vers le bas si $k < 1$ (atténuation).

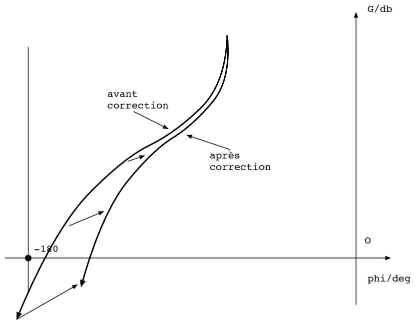


Action proportionnelle dérivée

Forme théorique :

$$C(p) = k(1 + \tau_d.p) \tag{2}$$

Ce type de correcteur provoque un accroissement de gain et de phase vers les fréquences élevées.



Action proportionnelle dérivée

$$C(p) = k(1 + \tau_d.p) \tag{3}$$

Le but de ce correcteur est d'augmenter la marge de gain, et, ainsi, d'accroitre la stabilité du système. Pour qu'il fonctionne correctement, il doit être bien réglé :

$$\frac{1}{\tau_d} < \omega_R \tag{4}$$

où ω_R est la pulsation de résonance du système.

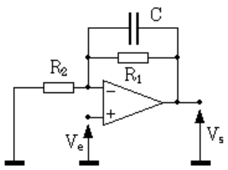
Problème

Ce correcteur n'est pas physiquement réalisable.

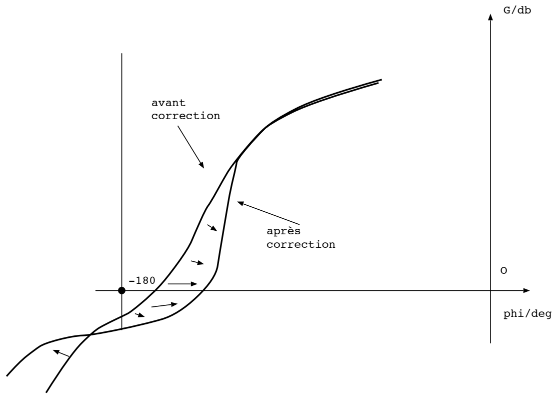
Correcteur à avance de phase

Le correcteur proportionnel dérivé est approximé par un correcteur à avance de phase :

$$C(p) = \frac{1 + a\tau p}{1 + \tau p}, \quad a > 1 \qquad (5)$$



Correcteur à avance de phase



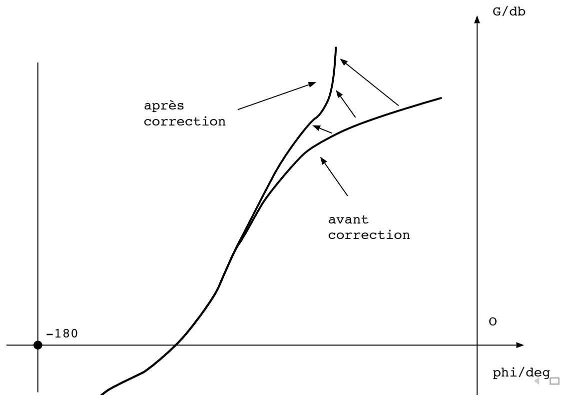
Correcteur à avance de phase (réglage)

- Un réglage correct de ce correcteur est indispensable pour le bon fonctionnement du système asservi. Un mauvais réglage peut avoir un effet déstabilisant sur le système.
- Le gain du système est amplifié pour les très hautes fréquences. Il en résulte qu'il faut limiter a (souvent à 10) pour éviter une déstabilisation lors des régimes transitoires.

Correcteur proportionnel intégral

Utilisé pour améliorer la précision statique

$$C(p) = 1 + \frac{1}{\tau_i p} = \frac{1 + \tau_i p}{\tau_i p} \qquad (6)$$



Correcteur proportionnel intégral

On remarque que l'influence du correcteur proportionnel intégral apparaît uniquement en basse fréquence. Il est important, pour avoir un réglage satisfaisant, de respecter la condition $\frac{1}{\tau_i} < \omega_R$. Dans ce cas, ni la pulsation de résonance, ni le facteur de résonance ne sont modifiés. La précision dynamique du système reste donc inchangée.

Correcteur proportionnel intégral

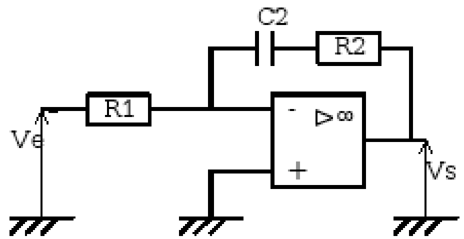


schéma électrique

Correcteur à retard de phase

Approximation du correcteur PI

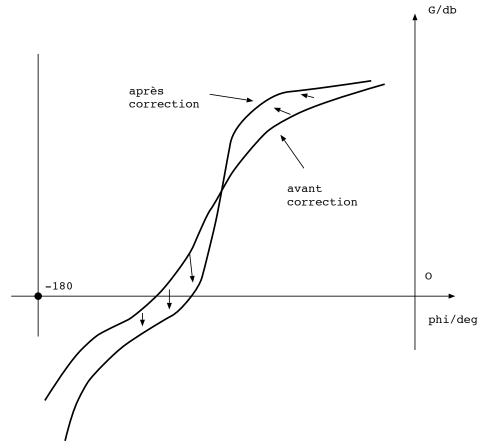
$$C(p) = \frac{1+\tau p}{1+b\tau p}, \quad b > 1 \tag{7}$$

$$C(p) = k' \frac{1+a\tau' p}{1+\tau' p}, \quad a < 1 \tag{8}$$

Bon réglage :

$$\frac{1}{\tau} < \omega_R \tag{9}$$

Correcteur à retard de phase



Correcteur PID

Il regroupe les 3 actions :

- L'action proportionnelle,
- L'action dérivée,
- L'action intégrale.

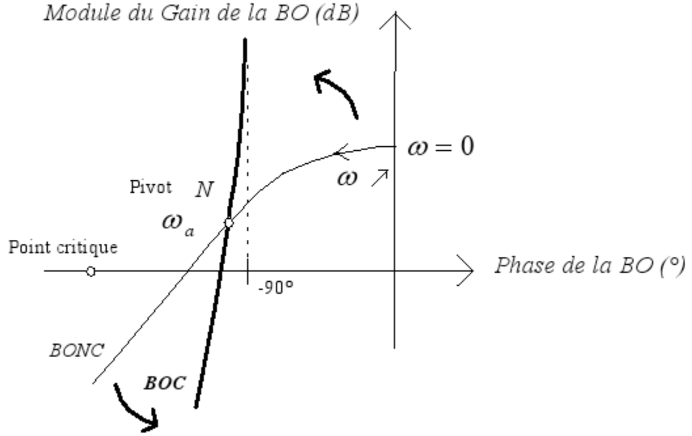
Son expression est :

$$C(p) = K\left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p\right)$$

soit,

$$C(p) = K\frac{1 + T_i p + T_i T_d p^2}{T_i p}$$

Correcteur PID



Correcteur PID

Réglage :

- On pose : $a = \frac{T_i}{T_d}$
- pour $\omega < \frac{\sqrt{a}}{T_i}$, le gain est accru : retard de phase,
- pour $\omega > \frac{\sqrt{a}}{T_i}$, le gain est réduit : avance de phase
- pour $\omega = \frac{\sqrt{a}}{T_i}$, invariance de gain et de phase (si $K = 1$)

Pulsation de pivot :

$$\omega_a = \frac{\sqrt{a}}{T_i}$$

Rotation du lieu de la BO par rapport au pivot lors de la correction

Correcteur PID

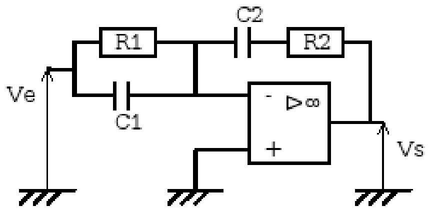
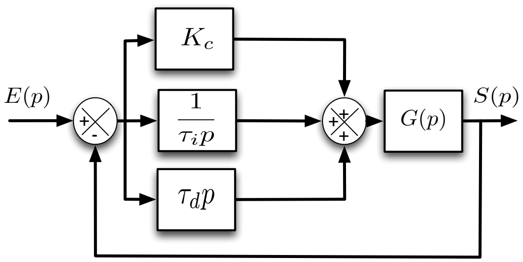


Schéma électrique

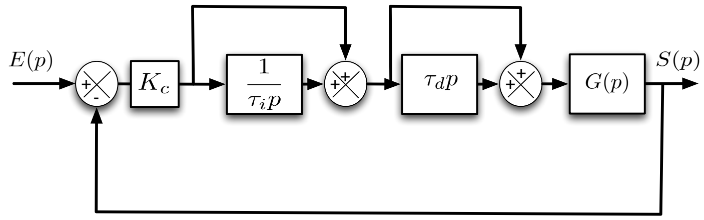
Structure parallèle

$$C(p) = K_c + \frac{1}{\tau_i p} + \tau_d p$$



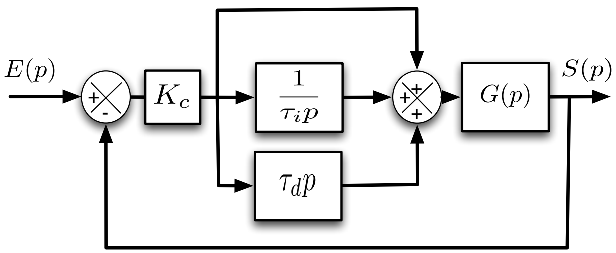
Structure série

$$C(p) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_i p}\right)(1 + \tau_d p)$$

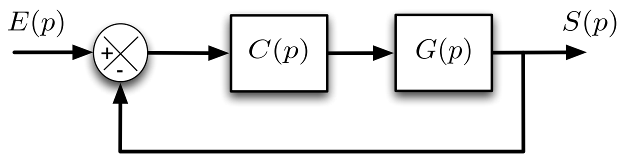


Structure mixte

$$C(p) = K_C \left(1 + \frac{1}{\tau_i p} + \tau_d p\right)$$



Réglage par modèle de référence



$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)} = H(p)$$

$H(p)$, modèle à atteindre

Correcteur

$$C(p) = \frac{H(p)}{G(p)\left[1 - H(p)\right]}$$

Réglage par modèle de référence

Modèle à atteindre $H(p)$

critère idéal

$$H(p) = \frac{1}{1+\tau_c p}$$

critère parfait

$$H(p) = \frac{1}{1+(2\xi/\omega_n)p + p^2/\omega_n^2}$$

Réglage pratique de Ziegler-Nichols (Méthode du pompage)

Essai de pompage

- réglage de la consigne sur le point de fonctionnement
- réglage de l'action proportionnelle seule pour obtenir un régime oscillant
- relevé du gain correspondant K et de la période des oscillations T_{osc}
- application des formules

Réglage pratique de Ziegler-Nichols (Méthode du pompage)

	P	PI série	PI //	PID série	PID //	PID mixte
K_c	$\frac{K}{2}$	$\frac{K}{2.2}$	$\frac{K}{2.2}$	$\frac{K}{3.3}$	$\frac{K}{1.7}$	$\frac{K}{1.7}$
τ_i	/	$\frac{T_{osc}}{1.2}$	$\frac{2T_{osc}}{K}$	$\frac{T_{osc}}{4}$	$\frac{0.85T_{osc}}{K}$	$\frac{T_{osc}}{2}$
τ_d	0	0	0	$\frac{T_{osc}}{4}$	$\frac{T_{osc}K}{13.3}$	$\frac{T_{osc}}{8}$

Réglage par la méthode de Broïda

Modèle de Broïda

Un des modèles les plus connus :

$$H(p) = \frac{Ke^{-T_r p}}{1+\tau p}$$

- Approximation correcte si $\tau > 4T_r$
- Identification en boucle ouverte ou en boucle fermée

Réglage par la méthode de Broïda

Réglage des paramètres par une méthode empirique, utilisation d'un tableau

	P	PI série	PI //	PID série	PID //	PID mixte
K_c	$\frac{0.78}{K}\frac{\tau}{T_r}$	$\frac{0.78}{K}\frac{\tau}{T_r}$	$\frac{0.78}{K}\frac{\tau}{T_r}$	$\frac{0.83}{K}\frac{\tau}{T_r}$	$\frac{0.83}{K}\left(\frac{\tau}{T_r}+0.4\right)$	$\frac{0.83}{K}\left(\frac{\tau}{T_r}+0.4\right)$
τ_i	/	τ	$\frac{T_r K}{0.78}$	τ	$\frac{T_r K}{0.75}$	$\tau+0.4T_r$
τ_d	0	0	0	$0.42T_r$	$\frac{0.35\tau}{K}$	$\frac{\tau T_r}{T_r+2.5\tau}$