# AuroFC2U1 - Automatique échantillonnée : notions de base

## Introduction

Le but de ce sujet est de se familiariser avec les notions de transmittance bloquée et de systèmes asservis échantillonnés (stabilité et précision). Le logiciel Matlab sera utilisé pour simuler le comportement des différents systèmes étudiés.

## 1 Transmittance bloquée

La transmittance bloquée d'un système continu représente un modèle échantillonné de ce dernier. Elle est obtenue à l'aide d'un bloc appelé bloqueur d'ordre zéro, de fonction de transfert :

$$B_0(p) = \frac{1 - e^{-T_e p}}{p}$$

La transmittance bloquée se calcule en appliquant la formule suivante :

$$\widehat{GB}_o(z) = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left[\frac{G(p)}{p}\right]$$

La boite à outils *Control Toolbox* de matlab propose des fonctions permettant de calculer automatiquement la transmittance bloquée d'un système à partir de sa fonction de transfert continue. La fonction $sysd = c2d(sys, Te,' zoh')$ retourne le modèle échantillonné $sysd$, transmittance bloquée à la période d'échantillonnage $T_e$ du modèle $sys$. La fonction $sys = d2c(sysd, Te,' zoh')$ retourne la fonction de transfert (Laplace), original du système discret $sysd$, à la période d'échantillonnage $T_e$.

### 1.1 Modèle d'ordre un

La fonction de transfert d'un système d'ordre un s'écrit :

$$G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$$

1. Calculer l'expression analytique de la transmittance bloquée de $G(p)$ à la période d'échantillonnage $T_e$.
2. Calculer, à l'aide de matlab, la transmittance bloquée du système de gain statique unitaire et de constante de temps $\tau = 1s$. Les calculs seront effectués pour deux périodes d'échantillonnage ($T_e = \tau$ et $T_e = \tau/4$)
3. Vérifier, par un essai à un échelon sous matlab Simulink, que la transmittance bloquée est un modèle équivalent à $G(p)$ aux instants d'échantillonnage.
4. Ecrire une fonction matlab simulant la réponse à un échelon de la transmittance bloquée, en utilisant son équation aux différences.

## 1.2 Modèle d'ordre un avec intégrateur

On ajoute un intégrateur au système précédent :

$$G(p) = \frac{K}{p(1+\tau p)}$$

1. Calculer l'expression analytique de la transmittance bloquée de $G(p)$ à la période d'échantillonnage $T_e$.
2. Calculer, à l'aide de matlab, la transmittance bloquée du système de gain statique unitaire et de constante de temps $\tau = 1s$. Les calculs seront effectués pour la période d'échantillonnage $T_e = \tau$.
3. Vérifier, par un essai à un échelon sous matlab Simulink (en boucle fermée), que la transmittance bloquée est un modèle équivalent à $G(p)$ aux instants d'échantillonnage.
4. Calculer les erreurs statiques d'ordre 1 et 2 du système bouclé. Vérifiez vos calculs par une simulation Matlab

## 1.3 Modèle d'ordre deux

La transmittance bloquée d'un système d'ordre deux s'obtient en appliquant les formules vues en cours. Il est également possible d'utiliser la fonction matlab *c2d*.

1. Calculez la fonction de transfert d'un système continu d'ordre deux de gain statique $K = 2$ et dont la réponse indicielle présente un dépassement de 25% et un temps de pic de $t_{pic} = 3s$. Verifiez vos calculs en réalisant un essai à un échelon sous matlab.
2. On souhaite piloter ce système à l'aide d'un processus numérique. Choisir une période d'échantillonnage en utilisant la méthode de Bülher.
3. Calculer, en utilisant les formules du cours, la transmittance bloquée du système d'ordre deux précédent.
4. Vérifier vos calculs en utilisant la fonction *c2d* de Matlab.
5. Vérifier que la transmittance bloquée obtenue est un modèle de $G(p)$ aux instants d'échantillonnage en effectuant un essai à un échelon sous Matlab Simulink. Vous pouvez utiliser le bloc *LTI System* pour reprendre, sous Simulink, une fonction de transfert saisie dans Matlab.

## 1.4 Influence de la période d'échantillonnage

Le choix de la période d'échantillonnage est très important dans le processus de discrétisation. On cherche à calculer le modèle équivalent aux instants d'echantillonnage du système d'ordre deux de gain statique unitaire, de pulsation propre $\omega_0 = 1rad/s$ et de coefficient d'amortissement $\xi = 0.2$. Tous les calculs seront réalisés à partir de Matlab.

1. Calculer la transmittance bloquée du système pour la période d'échantillonnage $T_e = 1s$, puis pour la période d'échantillonnage $T_e = 6.4127s$.
2. Observer la réponse à un échelon des deux modèles calculés.
3. Calculer la pseudo période de la réponse à un échelon du système. Conclure sur les courbes observées dans la question précédente.

# 2 Etude de la stabilité d'un système bouclé

On cherche à étudier la stabilité d'un système asservi en fonction de son gain proportionnel par la méthode du lieu d'Evans. Cette méthode permet de tracer le lieu des racines d'un système bouclé en fonction de son gain proportionnel. La boite à outils *Control Toolbox* de Matlab permet de tracer de manière automatique le lieu d'Evans en utilisant la fonction $rlocus(sysd)$

## 2.1 Système d'ordre un retardé

On cherche à étudier la stabilité du système $G(p) = \dfrac{Ke^{-p}}{1+p}$ pour $K = 1$ et $T_e = 1$

1. Etablir l'expression littérale de la transmittance bloquée du système continu. On remarquera que le retard est d'une période d'échantillonnage
2. Valider vos calculs sous Matlab à l'aide de la commande $c2d$ puis sous Simulink par un essai à un échelon.
3. Etudier la condition de stabilité du système en fonction d'un gain proportionnel $K_c$ (critère de jury).
4. Tracer le lieu d'Evans du système et valider le calcul précédent
5. En utilisant les courbes d'iso-amortissement du lieu d'Evans (commande *grid on*), régler une valeur de gain pour obtenir un dépassement du système de 25%

## 2.2 Système d'ordre deux retardé

En fonction du temps restant, reprendre les questions de la sous-partie précédente avec le système d'ordre 2 de la partie 1.3, retardé d'une période d'échantillonnage.